

Pátá série domácích úkolů

Příklad 1. Necht' G je graf na množině vrcholů $\{1, 2, \dots, n\}$, v němž vrcholy i a j jsou spojené hranou, právě když $|i - j| > 1$. Jaká je hranová a vrcholová souvislost grafu G ?

Příklad 2. Ukažte, že pro libovolné $k \geq 2$ platí, že každý vrcholově k -souvislý graf s alespoň $2k$ vrcholy obsahuje kružnici délky alespoň $2k$. Ukažte, že existuje vrcholově k -souvislý graf s alespoň $2k$ vrcholy, který neobsahuje žádnou kružnici délky větší než $2k$. Umíte najít nekonečně mnoho takových grafů (pro pevné k)?

Příklad 3. Necht' G je vrcholově k -souvislý graf pro nějaké $k \geq 2$. Ukažte, že pro libovolnou k -prvkovou množinu vrcholů $X = \{x_1, \dots, x_k\}$ existuje v G kružnice, která prochází všemi vrcholy z X , ovšem pro $(k+1)$ -prvkovou množinu už to platit nemusí.

Příklad 4. Existuje graf G , jehož všechny vrcholy mají stupeň nejvýš 3 a pro něž platí $k_e(G) \neq k_v(G)$?