Čtvrtá série domácích úkolů

Příklad 1. Nechť S je nějaká toková síť. Označme E množinu hran sítě S. Která z následujících tvrzení jsou pravdivá?

(a) Jestliže $f\colon E \to \mathbb{R}$ je maximální tok v S, pak pro každý jiný tok $g\colon E \to \mathbb{R}$ a každou hranu $e \in E$ platí, že $f(e) \geq g(e)$.

(b) Jestliže $g\colon E \to \mathbb{R}$ je libovolný tok, tak existuje maximální tok $f\colon E \to \mathbb{R}$ takový, že pro libovolnou hranu $e \in E$ platí $g(e) \leq f(e)$.

Příklad 2. Mějme dánu tokovou síť S. Nechť e je hrana S. Naším cílem je najít tok f v síti S (ne nutně maximální) tak, aby průtok $f(e)$ přes hranu e byl co největší. Navrhněte algoritmus, který tuto úlohu vyřeší. Pokud vám to pomůže, můžete předpokládat, že všechny kapacity v S jsou celočíselné.

Příklad 3. Neorientovaný graf G se nazývá *hranově k-souvislý*, pokud platí, že když se z G odstraní libovolných nejvýše $k-1$ hran, tak výsledkem vždy bude souvislý graf. Najděte algoritmus, který pro daný graf G najde největší k takové, že G je hranově k-souvislý. Váš algoritmus by měl pracovat v čase, který je polynomiální vzhledem k velikosti grafu G.