

Domácí úkoly z diskrétní matematiky
6. série

- Svě odpovědi nezapomeňte zdůvodnit.
- Řešení odevzdejte nejpozději ve středu 11. ledna.

Příklad 1. Připomeňme, že graf G se nazývá samodoplňkový, pokud je izomorfní svému doplňku.

- Najděte nekonečně mnoho hodnot n , pro které platí, že neexistuje žádný samodoplňkový graf na n vrcholech. [2 body]
- Dokažte, že žádný graf se sudým počtem vrcholů nemůže být zároveň samodoplňkový a regulární. [1 bod]

Příklad 2. Necht $G = (V, E)$ je souvislý graf a necht $e \in E$ je jeho hrana. Dokažte, že následující tři tvrzení jsou navzájem ekvivalentní. [3 body]

- Každá kostra grafu G obsahuje hranu e .
- Žádná kružnice v grafu G neobsahuje hranu e .
- Když z grafu G odstraníme hranu e , tak vznikne nesouvislý graf. (“Odstranění” hrany e znamená, že z grafu $G = (V, E)$ vznikne graf $G' = (V, E \setminus \{e\})$, tj. koncové vrcholy hrany e zůstanou zachovány.)

Příklad 3. Turistický spolek má celkem 100 členů. Pro své členy spolek zorganizoval celkem 10 vlastivědných exkurzí. Každé exkurze se zúčastnilo nejvýše 30 členů spolku. Dokažte, že ve spolku existují dva členové, kteří nikdy nebyli na exkurzi společně, tj. každé exkurze se zúčastnil nejvýše jeden z nich. [2 body]

Příklad 4. Patnáct studentů řešilo sadu domácích úkolů, která obsahovala celkem čtyři příklady. Každý student správně vyřešil aspoň jeden příklad a většina studentů správně vyřešila aspoň dva příklady. Ukažte, že existuje příklad, který správně vyřešilo aspoň šest studentů. [2 body]