Domácí úkoly z diskrétní matematiky
3. série

- Své odpovědi nezapomeňte zdůvodnit.
- Řešení odevzdejte nejpozději ve středu 23. listopadu.

Příklad 1. Uvažme devítipísmenná slova (i nesmyslná), vzniklá proházením pořadí písmen ve slově `KOMBINACE`. Jak víme, celkem takto může vzniknout 9! různých slov.

a) Kolik můžeme takto získat slov, v nichž se nevyskytují dvě samohlásky na sousedních pozicích? [2 body]

b) Kolik můžeme takto získat slov, v nichž se nevyskytují tři samohlásky na třech po sobě jdoucích pozicích? [3 body]

Poznámka: u předchozích dvou otázek stačí odpověď ve tvaru číselného vzorečku, není potřeba dopočítávat konkrétní hodnotu.

Příklad 2. O každé z následujících relací rozhodněte, zda je to částečné uspořádání.

a) Relace $\preccurlyeq$ je relace na množině $\mathbb{R}^3$, kde $(a_1, a_2, a_3) \preccurlyeq (b_1, b_2, b_3)$, právě když buď $(a_1, a_2, a_3) = (b_1, b_2, b_3)$, nebo existuje nejvýše jedno $i \in \{1, 2, 3\}$ takové, že $a_i \geq b_i$. [1 bod]

b) Relace $\preccurlyeq$ je relace na množině $\mathbb{N}$, kde $a \preccurlyeq b$ právě když $a = b$ nebo $a \leq 10b$. [1 bod]

Příklad 3. Nechť X je libovolná množina. Označme Δ_X relaci $\{(x, x);\ x \in X\}$. Nechť R je reflexivní a tranzitivní relace na množině X. Dokažte, že existuje ekvivalence E a částečné uspořádání U na množině X takové, že $E \cup U = R$ a $E \cap U = \Delta_X$. [3 body]