

Sedmá série domácích úkolů  
verze pro cvičení v úterý od 15:40

- Řešení dodejte nejpozději v pondělí 25. dubna.
- Přejete-li si mít své bodové zisky zveřejněny na webu cvičení, dejte mi vědět. Můžete si případně zvolit přezdívku.
- Číslo v rámečku u zadání označuje bodové ohodnocení příkladu.

---

1. Rozhodněte, zda jsou následující tvrzení pravdivá. Pravdivá tvrzení dokažte, pro nepravdivá najděte protipříklad.

- 2 (a) Jestliže je graf  $G$  vrcholově 2-souvislý, potom  $G$  má orientaci  $\vec{G}$  takovou, že pro libovolnou dvojici vrcholů  $x$  a  $y$  existuje orientovaná kružnice v  $\vec{G}$  obsahující  $x$  a  $y$ . (Pojmem *orientace grafu*  $G$  zde myslím orientovaný graf vzniklý tak, že se každá hrana  $\{u, v\}$  grafu  $G$  nahradí právě jednou orientovanou hranou  $uv$  nebo  $vu$ . *Orientovaná kružnice* je kružnice zorientovaná tak, že z každého vrcholu jedna hrana kružnice vychází a jedna hrana do něj vstupuje.)
- 2 (b) Nechť  $G$  je vrcholově 2-souvislý graf a nechť  $x, y$  jsou dva různé vrcholy  $G$ . Pak pro každou cestu  $P$  z  $x$  do  $y$  v grafu  $G$  můžeme v  $G$  najít další cestu  $Q$  z  $x$  do  $y$  tak, že  $P$  a  $Q$  jsou vnitřně vrcholově disjunktní.
- 2 (c) Pokud  $G = (V, E)$  je graf obsahující aspoň jednu hranu, pak  $G$  je vrcholově 2-souvislý právě tehdy, když pro každou hranu  $e \in E$  a každý vrchol  $x \in V$  existuje v  $G$  kružnice obsahující  $x$  i  $e$ .
- 2 (d) Pokud je  $G$  vrcholově 2-souvislý a má aspoň tři vrcholy, pak pro libovolnou trojici různých vrcholů  $x, y, z$  lze najít v  $G$  kružnici obsahující  $x, y$  i  $z$ .