

Pátá série domácích úkolů  
verze pro cvičení v pátek od 10:40

- Řešení dodejte nejpozději ve čtvrtek 6. dubna.
- Přejete-li si mít své bodové zisky zveřejněny na webu cvičení, dejte mi vědět. Můžete si případně zvolit přezdívku.
- Číslo v rámečku u zadání označuje bodové ohodnocení příkladu.

---

1. Necht'  $m(G)$  označuje velikost největšího párování v grafu  $G$  a necht'  $c(G)$  označuje velikost nejmenšího vrcholového pokrytí  $G$ . (Z přednášky už víme, že platí nerovnost  $c(G) \geq m(G)$ .)

2 (a) Najděte graf  $G$ , pro nějž platí  $c(G) > m(G) + 100$ .

2 (b) Dokažte, že pro každý graf  $G$  platí  $c(G) \leq 2m(G)$ .

2. Rozhodněte, zda jsou následující tvrzení pravdivá. Pravdivá tvrzení dokažte, pro nepravdivá najděte protipříklad.

1 (a) Necht'  $f$  je tok v nějaké síti  $S$ . Potom v síti  $S$  existuje maximální tok  $g$  takový, že pro každou hranu  $e$  platí  $f(e) \leq g(e)$ .

1 (b) Necht'  $f$  je maximální tok v nějaké síti  $S$  a necht'  $C$  je minimální řez v  $S$ . Potom pro každou hranu  $e \in C$  platí, že  $f(e) = c(e)$ , kde  $c(e)$  označuje kapacitu  $e$ .

1 (c) Necht'  $f$  je tok v nějaké síti  $S$  a necht'  $C$  je nějaký řez v  $S$ . Pokud pro každou hranu  $e \in C$  platí, že  $f(e) = c(e)$ , tak  $f$  je maximální tok a  $C$  je minimální řez.