

# Příklady z Matematiky++

## 4. série – Koncentrace míry

nápověda po **5. 1. 2016**, odevzdat do **12. 1. 2016**

1. Uvažte dvě jednotkové koule  $B$  a  $B'$  v  $\mathbb{R}^n$ . Jak moc mohou být vzdálené jejich středy, aby uniformně náhodný bod z  $B$  měl šanci alespoň 1 %, že bude v  $B'$ ? (Řešením má být horní odhad na vzdálenost, který s rostoucí dimenzí konverguje k 0.) [2]

2. Buď  $P$  konvexní mnohostěn v  $\mathbb{R}^n$  určený průnikem  $N$  poloprostorů a obsahující jednotkovou kouli. Ukažte:

$$\lambda(P) \geq \left( \frac{n}{C \ln N} \right)^{n/2} \lambda(B^n)$$

pro vhodnou konstantu  $C$ . [2\*]

*Hint:* Uvažte sféru takovou, že doplněk  $P$  pokrývá přesně polovinu jejího povrchu.

3. Zkonstruuje spojitou funkci  $f : S^{n-1} \rightarrow [0, 1]$ , která není koncentrovaná – tj.  $\forall x \in [0, 1]$  má množina  $f^{-1}([x - \frac{1}{3}, x + \frac{1}{3}])$  míru nejvýše  $\frac{2}{3}$ . [2]