Lineární algebra II

1. 3. 2017

Cvičící: Lukáš Folwarczný
Web cvičení: `http://iuuk.mff.cuni.cz/~folwar/`

1. Při standardním skalárním součinu najděte ortonormální bázi prostoru generovaného vektory
$$x_1 = (1,0,1,0)^T, x_2 = (1,1,1,1)^T, x_3 = (1,0,0,1)^T.$$

2. Buď $x_1 = (1,1,0)$, $x_2 = (1,1,1)$:
   (a) ortogonalizujte vektory x_1, x_2,
   (b) ortogonalizujte vektory v opačném pořadí,
   (c) najděte projekci $x = (0,1,1)$ do podprostoru $U = \operatorname{span}\{x_1, x_2\}$. Jaká je vzdálenost x od U?

3. Co se stane, když Gram–Schmidtova ortogonalizace
   (a) dostane na vstup lineárně závislé vektory?
   (b) dostane na vstup ortogonální vektory?
   (c) dostane na vstup ortonormální vektory?
   (d) dostane na vstup $-x_i$ namísto x_i? Jak se změní výstup?

4. Při standardním skalárním součinu najděte ortogonální doplněk prostoru V generovanému vektory $(1,2,3)^T$ a $(1,-1,0)^T$.

5. Pro podprostory U, V prostoru $\mathbb{R}^n$ říkáme $U \perp V$, pokud platí $u \perp v$ pro všechna $u \in U$ a $v \in V$.

   Mějme U, V, W podprostory $\mathbb{R}^n$. Rozhodněte, zda platí následující tvrzení (dokažte, či nalezněte protipříklad):
   (a) když $U \perp V$, potom $U^\perp \perp V^\perp$,
   (b) když $U \perp V$ a $V \perp W$, potom $U \perp W$,
   (c) když $U \perp V$, potom $U \cap V = \{o\}$.