

8. CVIČENÍ Z OPTIMALIZACE

Simplexová metoda

PŘÍKLAD PRVNÍ

Převeďte příklad do rovnicového tvaru:

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &\leq 3 \\x_2 + x_3 &\leq 12 \\x_1 + 3x_2 - x_4 &\geq -7 \\x_5 &\geq 6 \\x_2 + x_5 &\leq 13 \\x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 &\geq 0\end{aligned}$$

Nalezněte také nějaké bazické přípustné řešení pro zadaný rovnicový tvar. Zamyslete se při hledání nad tím, jestli už tvorbou rovnicového tvaru si můžeme pomoci v hledání.

PŘÍKLAD DRUHÝ

Mějme zadaný následující problém:

$$\begin{aligned}\max x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 \\x_1 - x_5 + x_6 &= 20 \\x_1 + x_3 + x_7 &= 30 \\x_1 + x_2 + x_4 + x_8 &= 10 \\x_2 - x_3 - x_4 + x_5 + x_9 &= 1 \\x_1, x_2, \dots, x_9 &\geq 0\end{aligned}$$

a počáteční bazické řešení $(0, 0, 0, 0, 0, 20, 30, 10, 1)$. Proveďte jeden krok simplexového algoritmu. Zdůvodněte, proč jste si vybrali ze všech možností právě tento.

PŘÍKLAD TŘETÍ

- Nalezněte počáteční bazické přípustné řešení úlohy metodou simplexového algoritmu:

$$\begin{aligned}\max 4x_2 - x_4 \\3x_1 + x_2 - 2x_4 &= 5 \\-x_2 + x_3 &= -2 \\-2x_1 + 8x_2 + x_3 &= 2 \\x_1, x_2, x_3 &\geq 0\end{aligned}$$

- Nalezněte počáteční bazické přípustné řešení úlohy metodou „Uhodni řešení“:

$$\begin{aligned}\max x_1 + 2x_2 \\x_1 + 3x_2 + x_3 &= 4 \\2x_2 + x_3 &= 2 \\x_1, x_2, x_3 &\geq 0\end{aligned}$$

PŘÍKLAD ČTVRTÝ Optimalizujte funkci $\max 3x_1 + x_2$ na mnohostěnu P :

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 &\leq -1 \\ -x_1 - x_2 &\leq -3 \\ 2x_1 - x_2 &\leq 2 \\ x_1, x_2 &\geq 0.\end{aligned}$$

Aplikujte simplexovou metodu. V nějaké chvíli by již nemělo být možné pokračovat. Zkuste si nakreslit mnohostěn P a zdůvodnit, proč se algoritmus zastavil. Závisí tento problém na účelové funkci, nebo jen na mnohostěnu?

PŘÍKLAD PÁTÝ Optimalizujte funkci $\max 4x + 5y + 3z$ na mnohostěnu P :

$$\begin{aligned}x + y + 2z &\geq 20 \\ 15x + 6y + 5z &\leq 50 \\ x + 3y + 5z &\leq 30 \\ x, y, z &\geq 0\end{aligned}$$

Aplikujte simplexovou metodu. V nějaké chvíli by již nemělo být možné pokračovat. Zkuste zdůvodnit, proč se algoritmus zastavil. Závisí tento problém na účelové funkci, nebo jen na mnohostěnu?

PŘÍKLAD ŠESTÝ Vyřešte následující optimalizační úlohu už celou: $\max 2x_1 - x_2 + 2x_3$ za podmínek:

$$\begin{aligned}2x_1 + x_2 &\leq 10 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 &\leq 20 \\ x_2 + 2x_3 &\leq 5 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0\end{aligned}$$