Za 7 dní bude písemka.

PŘÍKLAD PRVNÍ Jeden příklad z minula: Nalezněte všechny vrcholy mnohostěnu zadaného takto:

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 + x_3 &\leq 14 \\ 2x_1 + 5x_2 + 5x_3 &\leq 30 \\ x_1 &\geq 0 \\ x_2 &\geq 0 \\ x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

PŘÍKLAD DRUHÝ Dokažte, že každý omezený konvexní mnohostěn dimenze d v $\mathbb{R}^d$ má alespoň $d+1$ vrcholů a alespoň $d+1$ faset.

PŘÍKLAD TŘETÍ Mějme $x_1 = (1,1,1), x_2 = (1,2,1), x_3 = (2,4,3), x_4 = (4,3,4), x_5 = (5,5,5)$. Najděte fasety a jim odpovídající nerovnosti mnohostěnu $P = \operatorname{conv}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$.

Definice: d-dimenzionální *simplex* je konvexním obalem $d+1$ afinně nezávislých bodů. Jedním z jednoduchých d-dimenzionálních simplexů v $\mathbb{R}^d$ je například:

$$\operatorname{conv}\left(0, (0,0,\ldots,0,1), (0,0,\ldots,1,0), \ldots, (1,0,\ldots,0,0)\right)$$

PŘÍKLAD ČTVRTÝ Uvažme (afinní) nadrovinu A a simplex S. Je pravdou, že průnik $S \cap A$ je opět simplexem? Dokažte nebo vyvraťte. (Prázdnou množinu, jednoprvkovou množinu i úsečku chápejme jako simplexy.) Pokud chcete, můžete používat i geometrické argumenty.

Tip: Nechť nadrovina A neurčuje žádnou stěnu simplexu S. Může A protínat každou fasetu S v nějakém vnitřním bodě této fasety?

PŘÍKLAD PÁTÝ Pro zadaný konvexní mnohostěn popište všechny vrcholy:

$$\begin{aligned} x_a + x_c &\leq 1 \\ x_a + x_b &\leq 1 \\ x_b + x_d + x_e + x_f &\leq 1 \\ x_d + x_g &\leq 1 \\ x_c + x_e + x_h &\leq 1 \\ x_g + x_h &\leq 1 \\ x_i &\leq 1 \\ x_i + x_f &\leq 1 \\ x_a, x_b, x_c, \ldots, x_i &\geq 0 \end{aligned}$$

PŘÍKLAD ŠESTÝ Popište stěny následujícího mnohostěnu a najděte na nich maximum funkce $3x + 2y + z$:

$$\begin{aligned} -9x - y + 6z + s_1 &= 0 \\ -y + s_2 &= 0 \\ y + 3z + s_3 &= 9 \\ 9x - y + 6z + s_4 &= 36 \\ y - 3z + s_5 &= 0 \\ x, y, z, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5 &\geq 0 \end{aligned}$$