3. DÚ Z DISKRÉTKY

Kombinatorické počítání

Příklad první – [3b]

Natíráme obě kolejní budovy, pro zjednodušení obě o n patrech. Každé patro můžeme natřít buď modře, nebo růžově. Aby to nebylo příliš moderní, tak máme podmínku, že dvě po sobě jdoucí patra nesmí být natřena na růžovo (ale na modro ano).

- Na budově A máme ještě navíc přikázáno, že růžových pater bude k. Kolik je možných natření budovy A?
- Na budově B omezení na počet nemáme – růžových pater může být, kolik chce. Kolik je možných natření budovy B?

Příklad druhý – [3b]

Dokažte vzorec, kterému můžeme říkat například „Krabičkový princip“. Ten hovoří o počtu možných rozložení n nerozlišitelných kuliček do k očíslovaných přihrádek. (Každá kulička musí do nějaké krabičky patřit, nemohou nám žádné na konci zbýt.)

Mělo by vám vyjít, že počet rozdělení je $\binom{n+k-1}{k-1}$.

(Mimochodem je to přesný opak Stirlingových čísel, protože u nich máme sice k přihrádek, ale ty jsou neočíslované množiny, zatímco kuličky, co do nich dáváme, jsou čísla od 1 do n.)

Příklad třetí – [1b]

Kolika způsoby je možné napsat přirozené číslo Č jako součet s nenulových přirozených sčítanců?

Možnosti považujeme za různé, i když se jen liší pořadím čísel. Například $5 = 1+3+1$ a $5 = 3+1+1$ jsou různé možnosti.