8. CVIČENÍ Z DISKRÉTKY

Částečná uspořádání

PŘÍKLAD PRVNÍ. Náhodná suma neudělaná minule:

$$1 + \sum_{k=0}^{n} F_k,$$

PŘÍKLAD DRUHÝ. Nakreslete Hasseho diagram přirozených čísel od 1 do 21 uspořádaných dělitelností. Nalezněte podle něj minimální a maximální prvky. Jak velkou množinu X potřebujeme, abychom toto uspořádání vnořili do $(P(X), \subseteq)$? Pokud nebudete vedete presne, zkuste aspon dolni a horni odhad.

PŘÍKLAD TŘETÍ. Dokažte, že průnik konečně mnoha částečných uspořádání je zase částečné uspořádání.

PŘÍKLAD ČTVRTÝ. R, S buď částečná uspořádání nad stejnou nosnou množinou X. Rozhodněte (důkazem nebo protipříkladem) potom, jestli $R \cup S, \overline{R} \cup \{(x,x) | x \in X\}, R \circ S$ jsou uspořádáními.

PŘÍKLAD PÁTÝ. Najděte nejdelší řetězec a nejdelší antiřetězec v množině $\{1, 2, 3, \ldots, n\}$ uspořádané dělitelností a dokažte, že delší neexistují.

PŘÍKLAD ŠESTÝ. Musí mít (pro libovolné uspořádání) každý největší řetězec a každý největší antiřetězec alespoň jeden společný bod?

PŘÍKLAD SEDMÝ [2B]. Dokažte, že každé konečné částečné uspořádání lze napsat jako průnik konečně mnoha lineárních uspořádání.