

5. CVIČENÍ Z OPTIMALIZACE

Simplexová metoda

PŘÍKLAD PRVNÍ Nalezněte všechny vrcholy zadaného mnohostěnu hrubou silou:

$$\begin{aligned}2x_1 + x_2 + x_3 &\leq 14 \\2x_1 + 5x_2 + 5x_3 &\leq 30 \\x_1 &\geq 0 \\x_2 &\geq 0 \\x_3 &\geq 0\end{aligned}$$

Hrubou silou myslíme bez použití simplexového algoritmu. Můžete například otestovat všechny d -tice nerovností na přítomnost vrcholu.

Příklady na simplexovou metodu:

PŘÍKLAD DRUHÝ Převeďte příklad do rovnicového tvaru:

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &\leq 3 \\x_2 + x_3 &\leq 12 \\x_1 + 3x_2 - x_4 &\geq -7 \\x_5 &\geq 6 \\x_2 + x_5 &\leq 13 \\x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 &\geq 0\end{aligned}$$

Nalezněte také nějaké bazické přípustné řešení pro zadaný rovnicový tvar. Zamyslete se při hledání nad tím, jestli už tvorbou rovnicového tvaru si můžeme pomoci v hledání.

PŘÍKLAD TŘETÍ Mějme zadaný následující problém:

$$\begin{aligned}\max x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 \\x_1 - x_5 + x_6 &= 20 \\x_1 + x_3 + x_7 &= 30 \\x_1 + x_2 + x_4 + x_8 &= 10 \\x_2 - x_3 - x_4 + x_5 + x_9 &= 1 \\x_1, x_2, \dots, x_9 &\geq 0\end{aligned}$$

a počáteční bazické řešení $(0, 0, 0, 0, 0, 20, 30, 10, 1)$. Proveďte jeden krok simplexového algoritmu. Zdůvodněte, proč jste si vybrali ze všech možností právě tento.

PŘÍKLAD ČTVRTÝ Vyřešte následující optimalizační úlohu už celou: $\max 2x_1 - x_2 + 2x_3$ za podmínek:

$$\begin{aligned}2x_1 + x_2 &\leq 10 \\x_1 + 2x_2 - 2x_3 &\leq 20 \\x_2 + 2x_3 &\leq 5 \\x_1, x_2, x_3 &\geq 0\end{aligned}$$

PŘÍKLAD PÁTÝ

Nalezněte počáteční bazické přípustné řešení následující úlohy metodou „Uhodni řešení“. Potom zkuste udělat 3 kroky hledání bazického přípustného řešení metodou simplexového algoritmu stejné úlohy. Podařilo se vám do 3 kroků najít přípustné řešení?

$$\begin{aligned}\max 4x_2 - x_4 \\3x_1 + x_2 - 2x_4 &= 5 \\-x_2 + x_3 &= -2 \\-2x_1 + 8x_2 + x_3 &= 2 \\x_1, x_2, x_3 &\geq 0\end{aligned}$$

PŘÍKLAD ŠESTÝ Aplikujte simplexovou metodu. V nějaké chvíli by již nemělo být možné pokračovat. Zkuste si nakreslit mnohostěn P a zdůvodnit, proč se algoritmus zastavil. Závisí tento problém na účelové funkci, nebo jen na mnohostěnu?

- Optimalizujte funkci $\max 3x_1 + x_2$ na mnohostěnu P :

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 &\leq -1 \\-x_1 - x_2 &\leq -3 \\2x_1 - x_2 &\leq 2 \\x_1, x_2 &\geq 0.\end{aligned}$$

- Optimalizujte funkci $\max 4x + 5y + 3z$ na mnohostěnu P :

$$\begin{aligned}x + y + 2z &\geq 20 \\x + 6y + 5z &\leq 50 \\x + 3y + 5z &\leq 30 \\x, y, z &\geq 0\end{aligned}$$