

4. CVIČENÍ Z DATOVÝCH STRUKTUR 1, ZS23/24

BVS vyvažované líně nebo naopak velmi proaktivně (pomocí splay operací)

1. *Líně vyvažované stromy, neboli $BB[\alpha]$.* Připomeňte si, jak fungují líně vyvažované BVS a jakým potenciálem se analyzují.

- Jak dlouho může trvat provedení k operací provedených na libovolném $BB[\alpha]$ stromu s n vrcholy?
- Proč je v definici potenciálu výjimka pro rozdíl 1, tedy co by se pokazilo, kdybych ji neudělali?

2. *Splay potenciál.* Zkuste dobře odhadnout (shora i zdola) potenciál následujících stromů:

- cesta na n vrcholech a
- úplný binární strom s $n = 2^k - 1$ klíči.

3. *Línější splay stromy: semisplay.* V krocích LL a PP (neboli zig-zig) můžeme být línější a místo provedení dvojrotace provést jen jednoduchou rotaci vrchní hrany. Konkrétně v případě LL mějme tři vrcholy x, y a z takové, že x je levým synem y a y je levým synem z . Pak při splayování x provedeme jednoduchou rotaci hrany zy a dále pokračujeme ve splayování vrcholu y (místo x); původně splayovaný prvek se tedy *nemusí dostat* do kořene. Kroky LP a PL (zig-zag) nebo závěrečná jednoduchá rotace fungují stejně. Zanalyzujte amortizovanou cenu operace semisplay.

4. *Ještě línější splay stromy: rotace každé druhé hrany na cestě.* Motivování úspěšnou leností, která vedla k operaci semisplay, chceme na stromě provádět ještě méně změn. Co kdybychom při splayování prvku x rotovali jen každou druhou hranu na cestě z x do kořene a postupně měnili splayovaný prvek?

5. *Z předminula: Intervalový update.* Mějme BVS jako slovník dvojic (klíč, hodnota), přičemž hodnoty jsou číselné. Upravte jej, aby podporoval operaci $\text{add}(x, y, \delta)$, která k hodnotám všech klíčů v intervalu $[x, y]$ přičte δ . Tato operace má běžet v $O(h)$, kde h je hloubka BVS, takže nemusíme hned provést aktualizaci hodnot všech klíčů v daném intervalu, stačí když $\text{Find}(k)$ vrátí správnou hodnotu klíče k .

6. *Bonus: Potenciál pro následníka.* Už jsme si dokázali, že použití n operací následníka na libovolném BVS má složitost $O(n)$ (když začneme ve vrcholu s nejmenším klíčem). Jak to dokázat za pomoci potenciálu, tedy jaký potenciál zvolit?