

## 12. CVIČENÍ Z ADS 2, PÁTEK 12:20, ZS 23/24

Jak se poprat s NP-úplností? Mnohdy stačí aproximace, ale ne vždy

1. *MaxCut*. V problému MaxCut je za úkol v daném neorientovaném grafu najít řez s co nejvíce hranami (tedy rozdělení vrcholů na dvě části tak, aby mezi nimi vedlo co nejvíc hran). Najděte 2-aproximační algoritmus.

2. *MaxSAT*. Máme danu logickou formuli v CNF, která nemusí být splnitelná. Chceme splnit co nejvíce klauzulí. Najděte 2-aproximační algoritmus.

3. *Vrcholové pokrytí a nezávislá množina*. Mějte neorientovaný graf  $G = (V, E)$ . Hledáme v něm co *nejmenší vrcholové pokrytí*, tedy podmnožinu vrcholů  $U \subseteq V$  takovou, že každá hrana má jeden konec v  $U$ . Také v něm hledáme co *největší nezávislou množinu*. Oba problémy jsou NP-úplné, pojďme se tedy pustit do aproximací:

1. Navrhněte 2-aproximaci pro vrcholové pokrytí. Můžete využít třeba párování.
2. Víme, že největší nezávislá množina je doplňkem nejmenšího vrcholového pokrytí. Získali jsme 2-aproximaci vrcholového pokrytí nějakou aproximaci nezávislé množiny?
3. *Bonus*: Hledejme vrcholové pokrytí následujícím hladovým algoritmem. V každém kroku vybereme vrchol nejvyššího stupně, přidáme ho do pokrytí a odstraníme ho z grafu i se všemi již pokrytými hranami. Je nalezené pokrytí nejmenší? Nebo alespoň  $O(1)$ -aproximace nejmenšího?

4. *Max E3-SAT*. V E3-SATu máme danu CNF formuli, kde každá klauzule má přesně tři literály (pro tři různé proměnné). Najděte  $7/8$ -aproximační algoritmus pro maximalizaci počtu splněných klauzulí. Můžete využít třeba pravděpodobnost a navrhnout algoritmus, jehož střední hodnota počtu splněných klauzulí bude dostatečně velká (existuje i deterministický algoritmus, ale je komplikovanější).

*(Bonusové příklady na vyžádání u Vašeho cvičícího.)*