

# MATEMATICKÉ DOVEDNOSTI: MNOŽINY

Příklady na zápis a operace s množinami

1. Zapište následující množiny množinovým zápisem (můžete zkusit přijít na více řešení):

$A$  = množina mocnin čísla 2 (s nezáporným celočíselným exponentem)

$B$  = množina všech celočíselných dělitelů čísla  $n \in \mathbb{Z}$

$C$  = množina celých čísel, která jsou druhou mocninou celého lichého čísla

$D$  = množina prvočísel (tj. množina přirozených čísel, která mají právě dva přirozené dělitele)

$E$  = množina přirozených čísel, která mají právě tři přirozené dělitele

$F$  = množina přirozených čísel, která mají právě 12345 přirozených dělitelů

$G$  = množinu prvků, které se nacházejí v alespoň dvou z množin  $M_1, M_2, \dots, M_n$

$H$  = množinu všech podmnožin množiny  $M$ , které obsahují sudý počet prvků.

2. Najděte co nejvíce způsobů jak zapsat množinu lichých přirozených čísel.

3. Popište základní vztahy pomocí výroků s kvantifikátory přes množiny  $A$  a  $B$ :

a)  $A \subseteq B$

d)  $x \in A \cup B$

b)  $A = B$

e)  $x \in A \cap B$

c)  $A \not\subseteq B$

f)  $x \in A \setminus B$

4. Kolik prvků mají následující množiny?

a)  $\{a, b, c, \{a, b, c\}, \{\{a\}, \{b\}, \{c\}\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{\{a\}\}, \{c, b, a\}\}$ ,

b)  $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\}, \{\{\}, \{\}\}\}$ ,

c)  $\{x, y, z\} \cup \{z, y, x\} \cup \{x, \{y, z\}\} \cup \{\{y\} \cup \{z\}\}$ ,

d)  $\{1\} \cup \{1, 1\} \cup \{1, \{1\}, 1\} \cup \{1, \{1, 1\}, 1\} \cup \{1, \{1, \{1\}, 1\}, 1\}$ .

5. Vyjádřete velikost  $|A \cup B|$ ,  $|A \times B|$  a  $|\mathcal{P}(A)|$  pomocí  $|A|$ ,  $|B|$  a  $|A \cap B|$ .

6. Které z následujících výroků jsou pravdivé?

a)  $x \in \{x\}$

c)  $\emptyset \in \{\emptyset\}$

b)  $\emptyset = \{\emptyset\}$

d)  $\emptyset = \mathcal{P}(\emptyset)$

7. Které z následujících množin jsou si rovny:

a)  $A \cup (B \cap C)$

e)  $A \setminus B$

b)  $A \cap (B \cup C)$

f)  $(B \cup C) \setminus A$

c)  $(A \cup B) \cap (A \cup C)$

g)  $(B \setminus A) \cup (C \setminus A)$

d)  $(A \cap B) \cup (A \cap C)$

h)  $(A \setminus B) \setminus (B \setminus C)$

8. Necht'  $A = \{\clubsuit, \spadesuit, \diamond, \heartsuit\}$ .

a) Zapište množinovým zápisem, nikoli však výčtem prvků, množinu  $B$  všech dvouprvkových podmnožin  $A$ , které neobsahují  $\heartsuit$ .

b) Určete velikosti následujících množin:  $B$ ,  $\bigcup_{k=1}^{|A|} \binom{A}{k}$ ,  $\bigcup_{k=0}^{|A|} \left\{ \binom{A}{k} \right\}$ ,  $2^{\binom{A}{2}}$ .

9. Necht'  $A_1, A_2, \dots, A_n$  a  $B$  jsou libovolné množiny. Porovnejte následující dvojice množin:

a)  $2^{A \setminus B}$  a  $2^A \setminus 2^B$ ,

b)  $2^{A \cup B}$  a  $2^A \cup 2^B$ ,

c)  $2^{A \cap B}$  a  $2^A \cap 2^B$ ,

d)  $\{X : X \subseteq \bigcup_i A_i\}$  a  $\bigcup_i \{X : X \subseteq A_i\}$ ,

e)  $(\bigcup_i A_i) \setminus B$  a  $\bigcup_i (A_i \setminus B)$ ,

f)  $(\bigcap_i A_i) \setminus B$  a  $\bigcap_i (A_i \setminus B)$ ,

10. Jaké prvky obsahují následující množiny? (A co když sjednocení nahradíme průniky?)

a)  $\bigcup_{i=1}^{10} \{j \in \mathbb{N} : j^2 \leq i\}$

d)  $\bigcup_{i=1}^{10} \{\{j \in \mathbb{N} : j^2 < i\}\}$

b)  $\bigcup_{i=1}^{10} \{j \in \mathbb{N} : j^2 < i\}$

e)  $\{\bigcup_{i=1}^{10} \{j \in \mathbb{N} : j^2 \leq i\}\}$

c)  $\bigcup_{i=1}^{10} \{\{j \in \mathbb{N} : j^2 \leq i\}\}$

11. Správně přečtěte a vyčíslete zápisy:

a)  $\bigcup_{I \in \binom{\{1,2,3,4\}}{3}} \bigcap_{i \in I} \{i-1, i, i+1\}$

b)  $\sum_{p \in \mathbb{P}, p < 10} \left| \bigcap_{i=1}^p \binom{\{i, \dots, 2p\}}{2} \right|$

c) Necht'  $\{X_1, \dots, X_6\} = \binom{\{1,2,3,4\}}{2}$ , spočtěte  $\sum_{i=1}^6 \left| \bigcup_{j \in X_i} X_j \right|$ .

12. Necht'  $A_1, A_2, \dots, A_n$  a  $B_1, B_2, \dots, B_n$  jsou libovolné množiny. Jaký je vztah mezi množinami:

$$M_1 = \bigcap_{i=1}^n (A_i \cup B_i), \quad M_2 = \left( \bigcap_{i=1}^n A_i \right) \cup \left( \bigcap_{i=1}^n B_i \right), \quad M_3 = \bigcap_{i=1}^n \left( \bigcap_{j=1}^n (A_i \cup B_j) \right).$$

13. Porovnejte následující trojici množin

$$\{X : X \subseteq \mathbb{N}\}, \quad \bigcup_{n \in \mathbb{N}} \{X : X \subseteq \{1, \dots, n\}\}, \quad \text{a} \quad \bigcup_{k=0}^{\infty} \binom{\mathbb{N}}{k}.$$