

4. A 5. CVIČENÍ Z MATEMATICKÝCH DOVEDNOSTÍ

Kvantifikátory

1. Necht' $S(x), L(x)$ jsou výroky označující sudost, resp. lichost, celého čísla x , tedy např. $S(x)$ označuje výrok „ x je sudé“. Negujte následující tvrzení a rozhodněte, zda jsou v oboru celých čísel pravdivá (při všeobecné kvantifikaci volných proměnných).

$$A = S(x) \Rightarrow L(x + 1)$$

$$B = S(x) \Rightarrow (L(x^2) \vee L(x^3))$$

$$C = (S(x) \vee S(y)) \Rightarrow S(x + y)$$

$$D = ((S(x) \wedge L(y)) \vee (S(x) \wedge L(z))) \Rightarrow (L(x + y) \vee L(y + z))$$

$$E = (S(x) \vee L(x^2)) \wedge (S(x + y)) \Rightarrow S(x^2 + y^2)$$

2. Pro $X = \{1, 2, 3\}$ a nějaké číslo a přepište následující výroky s kvantifikátory bez kvantifikátorů.

$$A = \forall x \in X : x > a$$

$$B = \exists x \in X : x > a$$

Implikuje jeden z výroků ten druhý? Pro které hodnoty a je pravdivý první výrok a pro které druhý? Negujte oba dva výroky.

3. Přepište slovní tvrzení do formulí s kvantifikátory. Pokud není uvedena doména, použijte množinu všech přirozených čísel.

a) Žádné číslo z množiny M není větší než 57.

b) Pro každé číslo z množiny Y platí, že pokud je sudé, potom jeho trojnásobek je také sudý.

c) Existuje číslo, které je aspoň tak velké jako všechna čísla z množiny X .

d) Pokud každé sudé číslo patří do množiny M , pak žádné sudé číslo nepatří do množiny N .

e) Pro každé číslo z množiny A a každé číslo z množiny B platí, že jejich součin je 16.

f) Pro žádné číslo z množiny C a žádné číslo z množiny D neplatí, že jejich součin je 7.

g) Existuje číslo, jehož každý dělitel je menší než 523.

h) Každé číslo x má nějakého dělitele, který není dělitelem žádného jiného čísla než x .

i) Pro každé číslo y existuje číslo z množiny K , které je větší než y a které není dělitelné žádným číslem z množiny L .

4. Následující výroky jsou kvantifikované přes doménu reálných čísel s omezující podmínkou:

$$a) \forall x < 0 : x^2 > 0,$$

$$b) \forall y \neq 0 : y^3 \neq 0,$$

$$c) \exists z > 0 : z^2 = 2.$$

Přepište je tak, aby byly kvantifikované přes všechna reálná čísla.

