

2. A 3. CVIČENÍ Z MATEMATICKÝCH DOVEDNOSTÍ

Výroky, logické spojky, negace, obměny, etc.

PŘÍKLAD PRVNÍ Rozhodněte o pravdivosti následujících výroků (předpokládejte běžná fakta, např. to, že nejsme na Marsu) a napište jejich negaci:

- Jsme na Marsu a Česko je v Evropské unii.
- Jsme na Marsu nebo je Česko v Evropské unii.
- Jestliže jsme na Marsu, potom je Česko v Evropské unii.
- Jestliže je Česko v Evropské unii, potom jsme na Marsu.
- Jsme na Marsu právě tehdy, když je Česko v Evropské unii.

Dále vyjádřete negace následujících výroků bez použití negace před závorkou:

$$A \wedge B, A \vee B, A \Rightarrow B, A \Leftrightarrow B$$

PŘÍKLAD DRUHÝ Negujte následující výroky

- Je-li středa a není slunečno, jdu si zaplavat do bazénu.
- Jestliže je na ulici mokro, buď pršelo, nebo kolem projel kropicí vůz.
- Pokud je pěkné počasí a já nemusím jít do školy, půjdu na výlet nebo se projedu na kole.
- Nebude-li pršet, nezmoknem.
- Nebude-li pršet, nezmoknem, a když zmokneme, tak zase ushneme.

PŘÍKLAD TŘETÍ Vyjádřete pomocí ostatních logických spojek exkluzivní nebo (neboli xor). Co je jeho negací?

PŘÍKLAD ČTVRTÝ Asociativita implikace: Je logická spojka implikace asociativní, tedy jsou ekvivalentní výroky

$$A \Rightarrow (B \Rightarrow C) \text{ a } (A \Rightarrow B) \Rightarrow C ?$$

Používáte v běžném jazyce tvrzení řetězcí implikace?

PŘÍKLAD PÁTÝ Negujte následující výroky. Lze nějaký z nich zjednodušit? (Zjednodušení je kratší ekvivalentní výrok)

- $(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
- $(A \wedge B) \Rightarrow (C \vee D)$
- $(A \wedge B) \vee (B \Rightarrow C)$
- $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (C \Rightarrow D)$
- $((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C)) \vee ((C \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A))$
- $((A \wedge B) \Rightarrow (C \vee D)) \wedge ((C \wedge D) \Rightarrow (A \vee B))$
- $(A \wedge B) \vee (\neg B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge C)$

PŘÍKLAD ŠESTÝ Rozhodněte, které z následujících výroků jsou ekvivalentní.

- | | | |
|----------------------|---------------------------------|------------------------------------|
| a) $A \Rightarrow B$ | d) $\neg A \vee B$ | g) $\neg B \Rightarrow \neg A$ |
| b) $B \Rightarrow A$ | e) $A \Leftrightarrow B$ | h) $\neg(A \wedge \neg B)$ |
| c) $A \wedge B$ | f) $\neg(B \Rightarrow \neg A)$ | i) $\neg A \Leftrightarrow \neg B$ |

PŘÍKLAD SEDMÝ Proved'te obměnu implikací.

- a) Jestliže prší, jsou ulice mokré.
- b) Jestliže je dnes státní svátek, nemusím do školy.
- c) Pokud chodím na přednášky z DM a na přednášky z LA, potom nejsou přednášky z DM a LA ve stejnou dobu.
- d) Pokud je x sudé číslo nebo je y sudé číslo, pak je součin $x \cdot y$ sudý.
- e) Jestliže je $x > 1$, je $x^2 > x$.
- f) Je-li p prvočíslo, je číslo $p^2 - 1$ složené.

PŘÍKLAD OSMÝ Necht' $S(x), L(x)$ jsou výroky označující sudost, resp. lichost, celého čísla x , tedy např. $S(x)$ označuje výrok „ x je sudé“. Negujte následující tvrzení a rozhodněte, zda jsou v oboru celých čísel pravdivá

$$A = S(x) \Rightarrow L(x + 1)$$

$$B = S(x) \Rightarrow (L(x^2) \vee L(x^3))$$

$$C = (S(x) \vee S(y)) \Rightarrow S(x + y)$$

$$D = ((S(x) \wedge L(y)) \vee (S(x) \wedge L(z))) \Rightarrow (L(x + y) \vee L(y + z))$$

$$E = (S(x) \vee L(x^2)) \wedge (S(x + y) \Rightarrow S(x^2 + y^2))$$

PŘÍKLAD DEVÁTÝ Na rozmyšlení na doma: Najděte formule (výroky složené z A, B) s odpovídajícími pravdivostními hodnotami (výzva: používejte jen negaci a konjunkci, nebo jen negaci a implikaci, apod.).

| A | B | | | | | | | | |
|-----|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |

| A | B | | | | | | | | |
|-----|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |