

7. CVIČENÍ Z ADS 2, ČTVRTEK 15:40

Booleovské obvody a třídící sítě

1. *Maximum*: Navrhněte komparátorovou síť pro hledání maxima: dostane-li n prvků, vydá nějakou permutaci prvků, v níž bude poslední hodnota největší (a ostatní seřazené libovolně).

2. *Maximum zespoda*: Ukažte, že na určení maxima z n čísel potřebujete aspoň $\Omega(\log(n))$ hladin komparátorů a $\Omega(n)$ komparátorů.

3. *AND OR NOT*: Ukažte, že libovolnou Booleovskou funkci s k vstupy (zadanou tabulkou) lze vyjádřit pomocí hradel AND, OR a NOT. (Malý bonus: použijte jen hradlo NAND, které počítá ze dvou vstupů negaci funkce AND. Stačí ukázat, že ostatní hradla lze sestrojít z NANDů.)

Jakou má obvod hloubku a kolik potřebujeme hradel?

4. *Nejvyšší bit*: Sestrojte hradlovou síť hloubky $\mathcal{O}(\log n)$ a velikosti $\mathcal{O}(n)$, která ve vstupní posloupnosti vynuluje všechny bity krom nejlevější jedničky, tj. například pro vstup 0110 vydá na výstupu 0100.

5. *Násobení*: Předpokládejme, že máme obvod hloubky $\mathcal{O}(\log n)$ s $\mathcal{O}(n)$ hradly, který sečte dvě n -bitová čísla (bude na přednášce příště). S využitím tohoto obvodu sestrojte co nejlepší síť na vynásobení dvou čísel na vstupu. (Hint: uvažujte o násobení v binární soustavě. Dále zkuste v konstantním paralelním čase převést sečtení tří čísel na sečtení dvou čísel.)

6. *Složité funkce:* Dokažte, že pro žádné $c > 0$ neplatí, že všechny k -vstupové booleovské funkce lze spočítat obvody s $\mathcal{O}(k^c)$ hradly. Hint: kolik je booleovských funkcí a kolik je obvodů s $\mathcal{O}(k^c)$ hradly?