4. DOMÁCÍ ÚKOL Z LINEÁRNÍ ALGEBRY I.

Vektorové prostory a lineární zobrazení

Odevzdávejte na papíře na začátku cvičení (preferuji místo naskenování/nafocení řešení) nebo odesláním řešení na email `vesely+la@iuuk.mff.cuni.cz` (pokud posíláte obrázky, prosím o velikost max. $0,5$ MB na obrázek)

Termín: ***7.1.2022 9:00*** *(popř. do začátku vašeho cvičení z lineární algebry tento den). Svá tvrzení odůvodněte, můžete však používat tvrzení z přednášky či cvičení. Ke svému jménu prosím* ***napište, na jaké cvičení chodíte****, a můžete připojit i přezdívku, která se objeví v tabulce bodů, až ji aktualizuji.*

Příklad první Zjistěte, zda se rovnají prostory (nad $\mathbb{R}$)

$$U = \operatorname{span}\left\{(1,1,1)^T, (0,2,-2)^T\right\} \quad \text{a} \quad V = \operatorname{span}\left\{(1,0,2)^T, (2,-1,5)^T, (2,1,3)^T\right\}.$$

[3 body]

Příklad druhý Rozhodněte, zda pro matice $A, B \in \mathbb{R}^{n\times n}$ platí

1. $\mathcal{R}(A) \cap \mathrm{Ker}(A) = \{o\}$,
2. $\mathcal{R}(A+B) = \mathcal{R}(A) + \mathcal{R}(B)$.

[3 body]

Příklad třetí Rozhodněte a dokažte, zda zobrazení $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dané přepisem

$$f(x,y) = (2x+y,\, x-2y)$$

je/není lineárním zobrazení. Pokud lineárním zobrazením je, vytvořte jeho matici vůči kanonickým bázím.
[2 body]

Příklad čtvrtý Dokažte: Buď $f : U \to V$ lineární zobrazení mezi vektorovými prostory U a V. Potom jádro zobrazení $\mathrm{Ker}(f) = \{x \in U \mid f(x) = o\}$ je podprostor U.
[2 body]