2. DOMÁCÍ ÚKOL Z LINEÁRNÍ ALGEBRY I.

Grupy, permutace a tělesa

Odevzdávejte emailem na `vesely@iuuk.mff.cuni.cz` *nebo na papíře na začátku cvičení, termín je 30.11. 12:20. Svá tvrzení odůvodněte, můžete však používat věty z přednášky či cvičení.*

PŘÍKLAD PRVNÍ Dokažte, že znaménko permutace lze ekvivalentně definovat jako $\mathrm{sgn}(p) = (-1)^s$, kde s je počet sudých cyklů.

[2 body]

PŘÍKLAD DRUHÝ Rozhodněte a dokažte či vyvraťte, jestli $\mathbb{Q}(\sqrt{2}) = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$ spolu s operacemi sčítání a násobení tvoří těleso.

[3 body]

PŘÍKLAD TŘETÍ Nalezněte inverzní matici nad tělesem $\mathbb{Z}_{11}$.

$$\begin{pmatrix} 4 & 4 & 0 & 6 & 3 \\ 3 & 0 & 2 & 10 & 2 \\ 2 & 3 & 10 & 3 & 1 \\ 5 & 7 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 6 & 7 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

[2 body]

PŘÍKLAD ČTVRTÝ Rozhodněte a dokažte či vyvraťte, zda v grupě $\mathcal{G}$ platí:

- Pokud pro všechny prvky a, b platí $abab = a^2b^2$, potom $\mathcal{G}$ je komutativní grupa.
- Pokud je každý prvek sám sobě inverzem, tedy $x = x^{-1}$, potom je $\mathcal{G}$ komutativní.
- Pokud $ab = a$, pak nutně $b = e$.

[3 body]