ADS 2 (pá 10:40) – 2. série úkolů

Deadline na druhou sérii je **21. 11. 2014** (do začátku cvičení), potom je třeba vyřešit dva úkoly. Pokud si řešením nejste jisti, pošlete mi jej dříve. Řešení posílejte nejlépe na `vesely+ads2@iuuk.mff.cuni.cz` jako PDF, ODT …nebo i jen jako text emailu (ale můžete jej přinést i čitelně napsané na papíře).

Úloha 2.1: Dokažte, že Dinicův algoritmus na síti s *celočíselnými* kapacitami nanejvýš $\mathcal{O}(1)$ (tedy nějaká konstanta, představte si třeba 5) doběhne v čase $\mathcal{O}(mn)$, kde n je klasicky počet vrcholů a m počet hran. (Pozor na možné kapacity sítě rezerv až 2 i při omezení kapacit na 1.)

Úloha 2.2: Mějme graf, jehož hrany jsou orientované a mají kladné celočíselné kapacity. Pro každý vrchol v je navíc dáno, jaký má být *minimální* součet toků po vstupních hranách do v a kolik musí *maximálně* vytékat po výstupních hranách z v. Cílem je najít ohodnocení hran („pseudotok“), které respektuje kapacity a bude splňovat podmínky na každý vrchol, případně ohlásit, že takové ohodnocení neexistuje. (Tok to být nemusí a často ani nebude.)

Úloha 2.3: Hranová souvislost (neorientovaného) grafu je minimální počet hran, které musíme odebrat, aby se stal nesouvislým. Najděte algoritmus na zjištění hranové souvislosti pomocí toků v sítích, přičemž se snažte použít pouze $\mathcal{O}(n)$ sítí s $\mathcal{O}(m)$ hranami (kde je n je počet vrcholů grafu a m je počet hran).

Jak upravit postup pro vrcholovou souvislost (nejmenší počet vrcholů, které musíme z grafu odebrat, aby se stal nesouvislým, případně n pro úplný graf K_n)? (Můžete použít víc jak $\mathcal{O}(n)$ sítí, ale snažte se o asymptoticky méně jako $\mathcal{O}(n^2)$ sítí pro grafy s vrcholovou souvislostí $o(n)$, tedy relativně malou.)