# Výpočet vlastních čísel a vlastních vektorů

Určete vlastní čísla a příslušné vlastní vektory matice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$p_A(t) = \begin{vmatrix} 1-t & 2 & 0 \\ 3 & -1-t & 3 \\ 1 & -2 & 2-t \end{vmatrix} \qquad \ldots \text{charakteristický mnohočlen}$$

$$= (1-t)(-1-t)(2-t) + 6 + 6(1-t) - 6(2-t) = -t^3 + 2t^2 + t - 2$$

Vlastní čísla matice $A$ jsou kořeny $p_A(t)$, t.j. $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = 1$ a $\lambda_3 = -1$.

---

Vlastní vektor $\mathbf{x}_1$ příslušný $\lambda_1 = 2$ je libovolné řešení homogenní soustavy

$$\begin{pmatrix} 1-2 & 2 & 0 \\ 3 & -1-2 & 3 \\ 1 & -2 & 2-2 \end{pmatrix} \mathbf{x}_1 = 0 \qquad \text{t.j.} \qquad \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & -3 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Řešením jsou vektory $\mathbf{x}_1 = c \cdot (2, -1, 1)^T$ pro libovolné $c \in \mathbb{R}$.
Podobně $\lambda_2 = 1$ dá $\mathbf{x}_2 = c \cdot (-1, 0, 1)^T$ a $\lambda_3 = -1$ zase $\mathbf{x}_3 = c \cdot (-1, 1, 1)^T$.