

NDMI018 – Aproximační a online algoritmy

LS 2012 – Jiří Sgall

Domácí úkol 1 – 7. března

Termín: 18. března nebo na přednášce 19. března

Všechny úlohy jsou za 2 body, pro zápočet je potřeba polovina bodů.

Úloha s hvězdičkou je bonusová navíc, nepočítá se do základu pro zápočet.

(1) Uvažte algoritmus LPT pro rozvrhování nezávislých úloh, který zpracovává úlohy uspořádané od největší a každou úlohu rozvrhne hladově, tj. na nejméně zatížený počítač. Ukažte, že aproximační poměr LPT je $4/3$. Dokážete zjistit přesnou závislost aproximačního poměru na počtu počítačů m ?

Hint: Rozlište případy podle vztahu velikosti největší úlohy a délky optimálního rozvrhu. Jeden z nich je obdobný analýze hladového algoritmu.

(2) Uvažujme problém obchodního cestujícího v případě, že vzdálenosti splňují trojúhelníkovou nerovnost ale ne symetrii. (Je to tzv. asymetrická verze, často značena ATSP.) Najděte $O(\log n)$ -aproximační algoritmus.

Hint: Jedna z možností je najít v polynomiálním čase ne jeden ale více cyklů, které prochází každým vrcholem a mají celkově malou délku. Pak graf zmenšete a postupujete rekurzivně.

(3) Předpokládejme, že v zesílené definici FPTAS bychom požadovali, aby algoritmus běžel v čase polynomiálním ve velikosti vstupu a v $|\log \varepsilon|$ (namísto $1/\varepsilon$). Co by bylo důsledkem existence takto zesíleného FPTAS?

(4) V problému MAX-SAT je dána CNF formule a cílem je najít přiřazení proměnným takové, že je co nejvíce klauzulí splněno. Uvažte následující algoritmus: Vezměme dvě přiřazení, jedno nastaví všechny proměnné na 0, druhé nastaví všechny proměnné na 1. Výstupem je lepší z těchto dvou přiřazení. Jaký je aproximační poměr tohoto algoritmu? Měli byste najít přesnou odpověď, tj. konstantu R , důkaz, že algoritmus je R -aproximační a příklad, ukazující, že algoritmus není r -aproximační pro žádné $r < R$.

(4*) V předcházejícím příkladu, předpokládejme, že uvažujeme libovolný algoritmus, který zkouší konstantně mnoho různých přiřazení. (Tj. jejich počet nezávisí na vstupu.) Jakého nejlepšího aproximačního poměru můžete dosáhnout?