

# NDMI018 – Aproximační a online algoritmy

## LS 2010 – Jiří Sgall

Domácí úkol 4 – 27. dubna 2010

Termín: 4. května 2010 (nebo na přednášce 5. května)

(1) Najděte příklad, který ukazuje, že randomizovaný algoritmus MARK pro paging není  $H_k$ -kompetitivní. Stačí uvažovat případ  $k = 2$  a  $n = 4$ , ale je potřeba vytvořit libovolně dlouhou posloupnost, aby důkaz fungoval pro libovolnou aditivní konstantu v definici kompetitivního poměru. Bonus: Dokažte, že MARK není  $(\alpha H_k + c)$ -kompetitivní pro žádnou konstantu  $c$  nezávislou na  $k$ , a to buď (i) pro nějaké  $\alpha > 1$ , anebo (ii) dokonce pro žádné  $\alpha < 2$ . Pro toto je potřeba uvažovat velké  $k$ .

(2) Najděte algoritmus počítající optimální řešení pro  $k$ -server problém v čase polynomiálním v  $k$  a  $n$  ( $n$  je délka vstupu). Zkuste použít toky v sítích.

Pro zbývající úlohy definujeme problém půjčování auta. Parametry jsou  $A$  a  $B$ , cena půjčení a koupě auta. Pokaždé, když pojedete na výlet, musíte se rozhodnout, zda auto půjčit nebo koupit. Dopředu nevíte, kolikrát pojedete, dokonce ani v daný den nevíte, zda nejedete naposledy. Optimální cena při  $n$  dnech je tedy  $\min\{nA, B\}$ , online cena může být buď  $nA$  nebo  $iA + B$  pokud dne  $i + 1$  auto koupíte. Kompetitivní poměr nesmí záviset na  $A$  a  $B$ . (Ekvivalentně můžete normalizovat na  $A = 1$  s tím, že v definici kompetitivního poměru nepovolíte aditivní konstantu.)

(3) Najděte optimální deterministický algoritmus.

(4) Najděte lepší pravděpodobnostní algoritmus. Bonus: Najděte optimální algoritmus a dokažte to o něm.